

MATHEMATIQUE SECONDAIRE 2
 CARROUSEL MATHÉMATIQUE 2
 TOME 2

ITINÉRAIRE 6
LES TRANSFORMATIONS DU PLAN CARTÉSIEN
(8 PÉRIODES)

Objectif général 3 : Amener l'élève à utiliser ses connaissances relatives aux figures géométriques.

Objectif terminal :

- 3.2 Résoudre des problèmes portant sur des figures isométriques ou homothétiques dans un plan cartésien.

Pour atteindre cet objectif il faut :

- 1- Connaître certaines définitions.
- 2- Effectuer les transformations (translation(t), rotation(r), réflexion(s), homothétie(h)) d'une figure, en agissant sur ses coordonnées, à l'aide d'une règle de transformation.

ET

Comparer les coordonnées de la figure initiale et celles de l'image pour découvrir la règle de transformation et le type de transformation.

1- CONNAÎTRE CERTAINES DÉFINITIONS.

1.1 Le plan cartésien : Voir notes de l'itinéraire 1.

1.2 Figures isométriques : Les figures sont congrues (angles et dimensions).

1.3 Figures homothétiques : Les figures sont semblables (mêmes angles mais de dimensions différentes).

2- LES TRANSFORMATIONS (dans le plan cartésien, ça prend une règle)

Les 4 transformations dans un plan cartésien que nous étudierons:

- 1 - Translation (t) (sens, direction, longueur)
- 2- Rotation (r) (sens + ou -, angle, centre)
- 3- Réflexion (s) (axes de réflexion : abscisse ou ordonnée et bissectrices des quadrants)
- 4- Homothétie (centre et rapport d'homothétie)

2.1- LA TRANSLATION (t) (donne des figures isométriques)

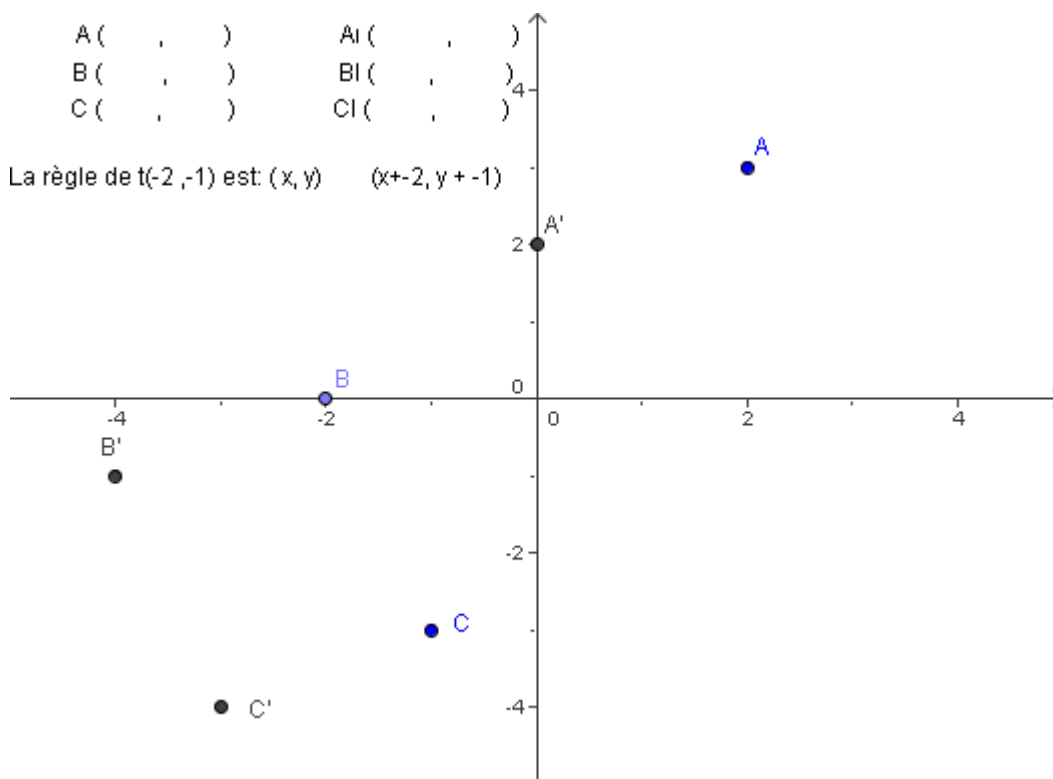
C'est le déplacement d'un point (coordonnées) ou d'une figure suivant une direction, un sens et une certaine longueur.

Dans un plan cartésien on doit : déterminer ce que l'on additionne ou soustrait aux coordonnées du point ou des sommets de la figure initiale.

Ce que l'on additionne forme la règle.

La règle générale d'une translation est : $t(a,b) : (x,y) \longrightarrow (x + a , y + b)$

Exercice 1: Les points A (3,2), B (-4,0), C (-2,-5) ont été déplacés pour obtenir A', B' et C'. Trouve ce que l'on a fait aux coordonnées des points A,B,C puis trouve la règle.



Si le déplacement	↑	on additionne un nombre au y.
Si le déplacement	↓	on soustrait un nombre au y.
Si le déplacement	→	on additionne un nombre au x.
Si le déplacement	←	on soustrait un nombre au x.
Si le déplacement	↗	on additionne un nombre au y et au x.
Si le déplacement	↘	on soustrait un nombre au y et on additionne un nombre au x.

Exercice 2 : On veut déplacer un triangle ABC, dont les sommets sont: A (1,3) , B (-1,2) , C (0,-1) en ajoutant (2, -3) à chacun des sommets.

- a) Écris la règle.
b) Complète la table de valeur.

A (1,3)	A' (,)
B (-1,2)	B' (,)
C (0,-1)	C' (,)
(x,y)	(x , y)

- c) Construis le plan cartésien.

2.2 LA ROTATION (r) (donnent des figures isométriques)

C'est le déplacement d'un point (coordonnées) ou d'une figure suivant :

un centre de rotation (point origine).
un sens (anti-horaire +, horaire -);
un angle.

Pour trouver la règle on doit déterminer si l'angle de rotation est :

+90° alors	r (o , + 90°) : →	(x,y)	(-y , x)
-270° alors	r (o , - 270°) : →	(x,y)	(-y , x)
- 90° alors	r (o , - 90°) : →	(x,y)	(y , -x)
+270° alors	r (o , +270°) : →	(x,y)	(y , -x)
+180° alors	r (o , +180°) : →	(x,y)	(-x , -y)
-180° alors	r (o , -180°) : →	(x,y)	(-x , -y)

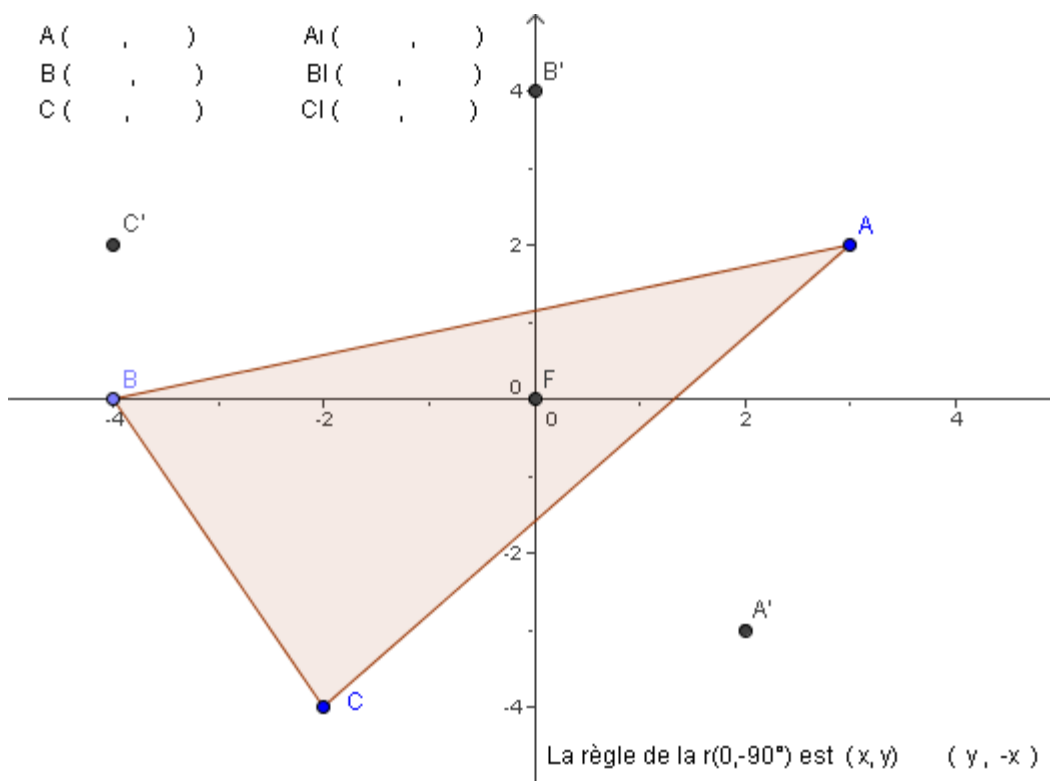
le moins signifie que l'on change de signe.

D'un quadrant successif à l'autre on inverse les nombres du couple de données (coordonnées) et on change de signe s'il y a lieu.

Exercice 1: Trouve les coordonnées du point A (2,3) d'après les rotations données.

$r(0,90^\circ)$	$A' (\quad , \quad)$	Le point A est dans le quadrant 1 (+,+), s'il tourne de $+90^\circ$, le point A' se retrouve dans le quadrant 4 (-,+). Appliquer le même raisonnement pour les autres rotations.
$r(0,-90^\circ)$	$A' (\quad , \quad)$	
$r(0,180^\circ)$	$A' (\quad , \quad)$	
$r(0,270^\circ)$	$A' (\quad , \quad)$	
$r(0,-270^\circ)$	$A' (\quad , \quad)$	

Exercice 2: Les points A (3,2), B (-4,0), C (-2,-4) ont été déplacés pour obtenir A', B' et C'. Trouve ce que l'on a fait aux coordonnées des points A,B,C.



2.3 LA RÉFLEXION (s) (donnent des figures isométriques)

C'est le retournement d'une figure par rapport à un axe de réflexion.

Dans plan cartésien :

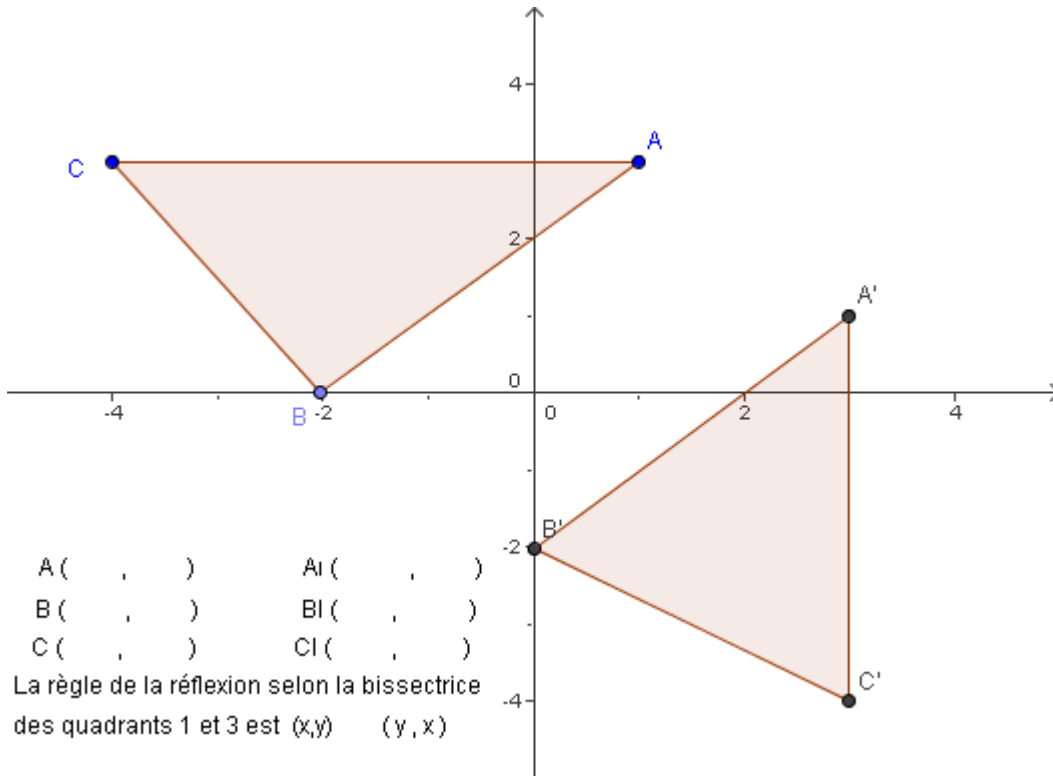
les axes de réflexion sont	et	les règles respectives sont	
1- Axe des X: S_x		(x,y)	$(x, -y)$
2- Axe des Y: S_y		(x,y)	$(-x, y)$
3- Bissectrice des quadrants 1 et 3 : S_{\square}		(x,y)	(y, x)
4- Bissectrice des quadrants 2 et 4 : S_{\square}		(x,y)	$(-y, -x)$

Exercice 1 : Trouve l'image du triangle ABC par une réflexion selon l'axe des "y", sachant que les coordonnées de ses sommets sont: A(-3,1), B(-2,5), C(2,1).

- 1- Écrire la règle
- 2- Faire une table de valeur
- 3- Effectuer la réflexion.

Exercice 2: À partir du graphique suivant:

- 1- Fait une table des valeurs.
- 2- Écris la règle
- 3- Identifie la transformation et trouve la règle



2.4 L'HOMOTHÉTIE (donnent des figures homothétiques)

-C'est l'agrandissement ou la réduction d'une figure initiale.

- On obtient une figure semblable ayant des angles homologues congrus à la figure initiale et des longueurs des segments homologues différentes mais de rapports proportionnels.

- Pour faire une homothétie, je dois connaître le centre d'homothétie et le rapport "K" (facteur d'agrandissement ou de réduction).

K entre -1 et 0 ou 0 et 1 indique que la figure image sera plus petite.

K plus grand que 1 ou plus petit que -1 indique que la figure image sera plus grande.

K négatif indique que la figure terminale se retrouve de l'autre côté du centre d'homothétie et qu'elle est inversée.

Dans un plan cartésien on doit : déterminer ce que l'on **MULTIPLIE** (divise) aux coordonnées (x, y) du point ou des sommets de la figure initiale.

Ce que je multiplie c'est le k et il forme la règle.

$$\text{La règle générale est } h(o,a) : (x, y) \longrightarrow (ax, ay)$$

$$\downarrow$$

Lire une homothétie de centre o et de rapport a.

Exercice 1: Trouve les coordonnées de l'image d'une homothétie $h(o, 2)$ dont la règle est $(x, y) \longrightarrow (2x, 2y)$ sachant que les sommets de la figure initiale sont :

A (1 , 2)	A' (,)
B (1 , -3)	B' (,)
C (4 , -2)	C' (,)

Exercice 2 : Effectue l'homothétie suivante, $h(o, -\frac{1}{2})$, sachant que les sommets sont: A (1,2) , B (1,-5) , C (4,-2).

- 1 - Écris la règle.
- 2 - Fais une table des valeurs.
- 3- Fais l'homothétie dans un plan cartésien.

Exercice 3: Définis l'homothétie et trouve la règle dont voici les sommets avant et après la transformation.

A (1 , 2)	A' (3 , 6)
B (4 , 3)	B' (12 , 9)
C (2 , 4)	C' (6 , 12)

Résumé: Définis la transformation correspondant à chacune des règles suivantes.

$$r(o, +180^\circ) : (x, y) \longrightarrow (-x, -y)$$

$$h(o, 1/2) : (x, y) \longrightarrow (\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y)$$

$$r(o, +90^\circ) : (x, y) \longrightarrow (-y, x)$$

$$T(2, -5) : (x, y) \longrightarrow (x+2, y-5)$$

$$S \begin{array}{|c} \hline \square \\ \hline \end{array} : (x, y) \longrightarrow (y, x)$$

$$S \begin{array}{|c} \hline \square \\ \hline \end{array} : (x, y) \longrightarrow (-y, -x)$$

$$r(o, -90^\circ) : (x, y) \longrightarrow (y, -x)$$

$$S_y : (x, y) \longrightarrow (-x, y)$$

$$S_x : (x, y) \longrightarrow (x, -y)$$